**УДК 378.016:510.6**

**Авдеева Е.В.,**
*кандидат философских наук,*
*доцент кафедры логики, философии и методологии науки,*
*Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева*

## Методические особенности изучения математической логики

*В данной статье рассматриваются различные типы задач математической логики, методика их решения, проанализирован метод формализации, показано использование символов в повседневной жизни. Решение задач позволяет усваивать практическую логику. Изучая математическую логику, студент формирует мыслительную деятельность.*

***Ключевые слова:*** *математическая логика, формализация, символ, формула, язык логики высказываний, язык логики предикатов.*

**Avdeeva E.V.**
*Candidate of Philosophy, Docent,*
*Associate professor of Department of logic,*
*philosophy and Methodology of science*
*Orel State University named after I.S.Turgenev*

## Methodic features of studying mathematical logic

*This article considers various types of mathematical logic problems, methods for solving them, analyzes the formalization method, and shows the use of symbols in everyday life. Solving problems allows learning practical logic. Studying mathematical logic, a student forms mental activity.*

***Keywords:*** *mathematical logic, formalization, symbol, formula, language of propositional logic, language of predicate logic.*

Математическая логика – это один из важнейших системообразующих факторов в системе подготовки будущих специалистов любого направления подготовки. На ее языке можно записать произвольное выражение естественного языка. Никакие информационные образовательные технологии не могут пояснить, что такое понятие, научить учащегося формулировать суждения, строить умозаключения, производить анализ и синтез, опровергать и доказывать. В науке произошло множество научных революций, но все они связаны с человеческим мышлением [3, с. 9]. Будущие специалисты должны творчески мыслить и быть созидающими личностями. У студентов должны формироваться инициатива, критическое мышление, самостоятельность, творческий подход, должен повышаться интерес к учебе. Владение приемами решения задач подготовит студентов к их будущей профессиональной деятельности. Можно процитировать американского математика, основоположника кибернетики Н.Винера: «Высшее назначение математики как раз и состоит в том, чтобы находить скрытый порядок в хаосе, который нас окружает» [2, с.27]. В математической логике используются математические методы. Для нее характерны последовательность, строгость, доказательность, структурированность.

В области современной математической логики работают ученые: Игошин В.И., Ивлев Ю.В., Воистинова Г.Х., Солощенко М.Ю., Сангалова М.Е., Кудрин А.Ю., Позднякова Н.В. и др. Сангалова М.Е. в своей статье «Активные методы обучения математической логике» приводит три стадии педагогической технологии «Развитие критического мышления через чтение и письмо». Это «Вызов» - «Осмысление» - «Рефлексия». Эти стадии были предложены в середине 1990-х гг. американскими преподавателями Дженни Д. Стиллом, Кертисом Мередитом, Чарлзом Темплом и Скоттом Уолтером. Вызов заключается в вопросе: «Что я узнаю по данному вопросу?». В процессе осмысления студент изучает новую информацию. На этапе рефлексии соотносятся имеющиеся и новые знания, строится целостная картина по данной теме. У студента формируется отношение к данному вопросу. Данная педагогическая технология применяется также при изучении математической логики.

В последней используется специальная символика, когда отвлекаются от реальных объектов и оперируют множеством символов. Для того чтобы построить любую формальную систему, нужно:

А) составить алфавит, т.е. определенный набор знаков;

Б) задать правила, по которым из атомарных знаков могут быть построены формулы;

В) рассмотреть правила, когда на базе одних формул могут быть построены другие формулы (правила вывода).

Достоинствами формализации являются: 1) проведение исследования без непосредственного обращения к объекту;

2) краткость и четкость записи.

Данный метод используется, например, в химии, высшей математике, физике, генетике и т.д. Символы не существуют сами по себе, они должны быть преломлены через наше сознание. Человечество не может существовать без символов. Космос – это тоже звездный символ. Космос – это тоже символическая модель, которая распадается на частные символические модели. Смену дня и ночи следует рассматривать как знаки, выявляющие истинную причину – вращение Земли вокруг оси. Смена времен года – следствие движения Земли вокруг Солнца. Для людей смена дня и ночи и смена времен года – это определенные знаки, которые являются точкой отсчета других событий и действий. Животные метят мочой и экскрементами определенную территорию. Это тоже знаки-символы. При смене времен года образуются годичные кольца в стволах деревьев, или со временем откладываются горные породы. Это естественно-природная информация. Современные естественно-математические науки невозможно представить без математических символов. Благодаря им, создается научная картина мира. Если мы уберем символы, останется пустота. Вселенная представляется нам через призму символическо-знаковых форм [1].

Математическая логика представлена языком логики высказываний и языком логики предикатов. Рассмотрим основные типовые задачи по данным темам.

Задание 1. Записать высказывание на языке логики высказываний: «Пока родители живы, не уезжай далеко; а если уехал, обязательно живи в определенном месте» (Конфуций).

Решение: Простые высказывания: A – «Твои родители живы», B – «Тебе не следует уезжать далеко», C – «Ты уехал», D – «Тебе обязательно следует жить в определенном месте».

Логические союзы: →, ∧.

Формула: (A→B) ∧(C→D) [4, с.217-218].

Задание 2. Определить вид формулы (с помощью таблиц истинности):

(P→(Q∧R)) ∨((P∧Q) ∧R).

Решение: составим таблицу истинности:

| P | Q | R | Q∧R | P→(Q∧R) | P∧Q | (P∧Q)∧R | (P→(Q∧R))∨((P∧Q)∧R) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| И | И | И | И | И | и | и | и |
| И | И | Л | Л | Л | и | л | л |
| И | Л | И | Л | Л | л | л | л |
| И | Л | Л | Л | Л | л | л | л |
| Л | И | И | И | И | л | л | и |
| Л | И | Л | Л | И | л | л | и |
| Л | Л | И | Л | И | л | л | и |
| л | л | л | л | и | л | л | и |

В таблице «И» означает «истину», «Л» - это «ложь».

В последнем столбце содержатся как значения «И», так и значения «Л», значит данная формула (P→(Q∧R))∨((P∧Q)∧R) – правдобододобная (или логически нейтральная).

Задание 3. Является ли правдоподобной формула (метод рассуждений):

((¬X∨¬Z)→Y)∧(¬Y∧¬(X∧Z))?

Решение: Если формула истинна, то ¬Y = и, Y = л.

¬(X∧Z) = и; X∧Z= л, то либо X=л, либо Z=л.

¬X∨¬Z = и; (¬X∨¬ Z)→Y = л, следовательно, формула ложна, не является правдоподобной.

Задание 4. (A∨B) – тавтология (1); (¬A∨D) – тавтология, следует ли отсюда, что (B∨D) – тавтология (метод от противного).

Решение: Предположим, что (B∨D) – не тавтология, следовательно, B = л; D = л.

Из (1) A = и;

$(\neg A \vee D)$ = л, т.е. не тавтология, что противоречит условию, значит, $(B \vee D)$ – тавтология.

Задание 5. Доказать, что формула является противоречием:

$((X \wedge \neg Y) \vee (X \wedge \neg Z)) \equiv ((X \rightarrow Y) \wedge (X \rightarrow Z))$.

Решение: Рассмотрим правую часть: $(X \rightarrow Y) \wedge (X \rightarrow Z) = (\neg X \vee Y) \wedge (\neg X \vee Z) = \neg(X \wedge \neg Y) \wedge \neg (X \wedge \neg Z) = \neg((X \wedge \neg Y) \vee (X \wedge \neg Z))$.

Пришли к формуле вида: $A \equiv \neg A$, которая является противоречием.

Задание 6. На заводе:

Должно выполняться, по крайней мере, одно из следующих правил:

1) инспектору не разрешается курить на заводе;

2) если инспектору разрешается курить на заводе, то рабочие должны быть предупреждены об этом и бригадир должен принять меры к быстрому уничтожению окурков;

3) рабочие должны быть предупреждены или бригадир должен принять меры к быстрому уничтожению окурков;

4) или рабочие должны быть предупреждены и бригадир должен принять меры к быстрому уничтожению окурков, или инспектору не разрешается курить на заводе.

Упростить эти правила.

Решение: Введем обозначения: А – инспектору разрешается курить.

В – рабочие должны быть предупреждены об этом.

С – бригадир должен принять меры к быстрому уничтожению окурков.

Составим формулу: $\neg A \vee (A \rightarrow (B \wedge C)) \vee (B \vee C) \vee ((B \wedge C) \vee \neg A) =$

$= \neg A \vee (\neg A \vee (B \wedge C)) \vee (B \vee C) \vee (B \wedge C) = \neg A \vee (B \wedge C) \vee B \vee C =$

$= \neg A \vee ((B \wedge C) \vee B) \vee C = \neg A \vee ((B \vee B) \wedge (C \vee B)) \vee C =$

$= \neg A \vee (B \wedge (C \vee B)) \vee C = \neg A \vee ((B \vee C) \wedge ((C \vee B) \vee C)) = \neg A \vee ((B \vee C) \wedge (B \vee C)) =$

$= \neg A \vee B \vee C$

Получаем выражение: «Инспектору не разрешается курить, или рабочие должны быть предупреждены об этом, или бригадир должен принять меры к быстрому уничтожению окурков».

Задание 7. Записать на языке логики предикатов:

1) «Некоторые студенты выполняют все учебные задания».

Решение: Нужно задать универсум U – образование.

P(x) – «x – студент»; Q(y) – «y – учебное задание», R(x, y) – «x выполняет y».

Формула: $(Ex)(P(x) \wedge (y)(Q(y) \rightarrow R(x, y))$

2) «Только Гегель понимал «Науку логики»».

Решение: U – философия. a – Гегель, b – «Наука логики», R(x, y) – «x понимал y», $(\neg x = y)$ – «x не равен y».

Формула: $R(a, b) \wedge (x)((\neg x = a) \rightarrow \neg R(x, b))$.

Формула означает, что всякий иной человек, не Гегель, не понимает его главный труд «Наука логики» [2, с.271].

Задание 8. Составить суждение, соответствующее формуле:

$(x)(P(x) \rightarrow ( Q(x,a) \wedge S(x, b)) \rightarrow R(x))$.

Решение: $P(x)$ – общее понятие.

a, b – единичные понятия.

Примером может служить высказывание: все философы изучают логику и знают историю философии, а значит, повышают четкость мышления.

Изучение формализованных языков позволяет мыслить ясно и четко, применять аргументацию в своих рассуждениях. «…Основным моментом воспитательной функции математического образования – моментом, который в значительной степени обусловливает собою все остальное, – служит приучение учащихся к полноценности аргументации» [5, с.131]. Учащийся в споре с другими или в «одиноком мышлении» будет отстаивать свою точку зрения, повышая свою логическую культуру. Ученый А.Я. Хинчин сформулировал некоторые требования для полноты аргументации: борьба против неправильных обобщений и аналогий, борьба за полноту дизъюнкций, за полноту классификаций.

По мысли А.Я.Хинчина, для математического стиля мышления характерны следующие особенности:

1) доведение до предела логической схемы рассуждения;

2) нахождение кратчайшего пути к данной цели;

3) определение всех случаев и подслучаев;

4) точность символики.

Используя эти рекомендации, можно повысить интеллектуальный потенциал учащихся. Изучение математической логики способствует формированию у студентов системы логико-математических методов познания окружающей действительности, совершенствует их логико-языковые умения, заключающиеся в более корректном использовании логических терминов в ходе обучения. Математическая логика позволяет строить выводы формул и в этом заключается ее один из основных важных моментов. Данный раздел логики способствует нашему умению анализировать и синтезировать рассуждения, способствует целостному мышлению. При помощи логики мы открываем, обосновываем и сохраняем истину.

**Список литературы**

1. Демин В.Н. Философские принципы русского космизма. Дис. докт. филос. наук: 09.00.01. М., 1996. 303 с.
2. Винер Н. Я – математик / пер. с англ. М., 1964. 336 с.
3. Коськов С.Н. Конвенционализм и проблеы современной философии науки // Среднерусский вестник общественных наук. 2009. № 3 (12). С. 7-11.
4. Светлов В.А. Современная логика. Учебное пособиею. Спб.: Питер, 2006. 400 с.
5. Хинчин А.Я. О воспитательном эффекте уроков математики //Педагогические статьи. М., 1963. С.128-160.

**References**

1. Demin V.N. Filosofskie principy russkogo kosmizma. Dis. dokt. filos. nauk: 09.00.01. M., 1996. 303 s.
2. Viner N. Ja – matematik / per. s angl. M., 1964. 336 s.
3. Kos'kov S.N. Konventsionalizm i probley sovremennoy filosofii nauki // Srednerusskiy vestnik obshchestvennykh nauk. 2009. № 3 (12). S. 7-11.
4. Svetlov V.A. Sovremennaja logika. Uchebnoe posobie. SPb.: Piter, 2006. 400 s.
5. Hinchin A.Ja. O vospitatel'nom jeffekte urokov matematiki //Pedagogicheskie stat'i. M., 1963. S.128-160.